

Regionalisierung der Durchlässigkeitsbeiwerte mit unscharfen (fuzzy) Zahlen: Der Natur näher?

Jan A. Piotrowski, Frank Bartels, Arkadiusz Salski, Gunther Schmidt

Kurzfassung

In vorliegender Arbeit wird eine Anwendung der Fuzzy-Geostatistik bei der räumlichen Regionalisierung von unscharfen hydrogeologischen Daten vorgestellt. Regionalisiert wurden Durchlässigkeitsbeiwerte eines Hauptgrundwasserleiters in Nordwest-Deutschland. Der ursprüngliche Datensatz besteht aus 557 Bohrungen mit bekannten (scharfen) Durchlässigkeitsbeiwerten. Dieser Datensatz wurde um 30 zusätzliche Punkte in Bereichen mit geringster Bohrlochdichte erweitert. An diesen Punkten wurden die Durchlässigkeitsbeiwerte anhand des subjektiven Expertenwissens der regionalen Geologie abgeschätzt und flossen in das Regionalisierungsverfahren als unscharfe (fuzzy) Zahlen ein. Durch die Anwendung des Experten-

wissens, die in konventioneller Geostatistik nicht vorgesehen ist, erhöhte sich die Aussagekraft der Regionalisierung. Die Unschärfe der Fuzzy-Regionalisierung ist völlig quantifizierbar, so daß sie bei der Betrachtung der Ergebnisse objektiv berücksichtigt werden kann.

Abstract

This article demonstrates an application of fuzzy geostatistics in spatial regionalization of imprecise hydrogeological data. The regionalization was carried out for hydraulic conductivity values of a major aquifer in northwestern Germany. The original data set consists of 557 borehole points with known (crisp) hydraulic conductivities. This data set was supplemented by 30 additional data points, placed in areas with lowest borehole density. At these points, hydraulic conductivities were estimated based on subjective expert knowledge of regional geology, and entered the regionalization procedure as fuzzy (imprecise) numbers. By utilizing the expert knowledge, which cannot be implemented in conventional geostatistics, the reliability of regionalization has been improved. The imprecision of fuzzy-regionalization is fully quantifiable, so that it can be easily accounted for when evaluating the results.

Priv.-Doz. Dr. J. A. Piotrowski,
Geologisch-Paläontologisches Institut, Universität Kiel,
Olshausenstr. 40-60, 24118 Kiel,
Telefon: 0431-8802878, Telefax: 0431-8804376,
e-mail: noe57@rz.uni-kiel.d400.de

F. Bartels,
Institut für Informatik, Universität Kiel,
Olshausenstr. 40-60, 24118 Kiel,
Telefon: 0431-8804080, Telefax: 0431-8804083,
e-mail: frank-b@pz-oekosys.uni-kiel.d400.de

Dr. A. Salski,
Ökologiezentrum, Universität Kiel,
Schauenburger Str. 112, 24118 Kiel,
Telefon: 0431-8804080, Telefax: 0431-8804083,
e-mail: arek@pz-oekosys.uni-kiel.d400.de

Dipl.-Geol. G. Schmidt,
Geographisches Institut, Universität Kiel,
Olshausenstr. 40-60, 24118 Kiel,
Telefon: 0431-8803432, Telefax: 0431-8804658

Eingang des Beitrages: 30.07.96

Eingang des überarbeiteten Beitrages: 24.01.97

Grundlagen

Eine nachvollziehbare Datenregionalisierung, die punktuell gewonnene Informationen auf die Fläche bzw. auf den Raum interpolieren, setzt geostatistische Methoden voraus.

Geostatistik, die vor allem von KRIGE (z. B. 1951) bei der Abschätzung wirtschaftlich nutzbarer Erzgehalte eingesetzt und dann von MATHERON (z. B. 1963) weiterentwickelt wurde, wird in Anlehnung an JOURNEL (1986) als die Anwendung der Theorie der regionalisierten oder ortsabhängigen Variablen auf die Analyse räumlich verteilter Daten definiert.

In der Theorie der regionalisierten Variablen wird jede ortsbezogene, also durch Raumkoordinaten einem diskreten geographischen Punkt zugeordnete Größe als regionalisierte Variable $z(x)$ betrachtet. Es handelt sich dabei um eine Funktion, die an jedem Punkt des Raumes einen bestimmten Wert annimmt. An den Meßstellen x_i soll dieser Wert den jeweiligen Meßwerten $z(x_i)$ exakt entsprechen (MATHERON 1963). Da die räumliche Va-

riabilität natürlicher Größen Diskontinuitäten und Schwankungen unterworfen ist, läßt sich diese Funktion nicht direkt berechnen (JOURNAL und HUIJBREGTS 1978). Meist existiert aber eine Struktur, die den Verwandtschaftsgrad der Werte innerhalb eines Raumes definiert. Nach dieser Struktur sind Werte von eng benachbarten Punkten ähnlicher als solche von weiter voneinander entfernten Punkten (DAVIS 1986). Die regionalisierten Variablen werden also gleichzeitig von der Zufälligkeit und von der Strukturabhängigkeit bestimmt, was sich mathematisch durch eine Zufallsfunktion $Z(x)$ beschreiben läßt. Zwei Aspekte dieser Funktion sind besonders wichtig (AKIN und SIEMES 1988):

1. Der Wert der regionalisierten Variablen $z(x)$ an Stelle x_i wird als eine Realisierung einer bestimmten Zufallsvariablen $Z(x_i)$ interpretiert, die an diesem Punkt definiert ist.
2. Die Zufallsfunktion $Z(x)$ beruht auf den Verteilungsfunktionen aller Zufallsvariablen $Z(x_i)$. In der angewandten Geostatistik wird von der Annahme ausgegangen, daß die Zufallsfunktion stationär, d. h. an jedem Ort des Raumes gleich ist. Der Grad der Stationarität wird in der hier angewendeten linearen Geostatistik durch die intrinsische Hypothese formuliert (s. u.).

Variogrammanalyse

Die quantitative Beschreibung der räumlichen Struktur einer regionalisierten Variablen erfolgt mit Hilfe des Variogramms. Dabei werden zuerst die zu analysierenden Daten in Klassen gleicher Abstände h der Meßpunkte aufgeteilt. Anschließend findet aus den Daten jeder solchen Abstandsklasse die paarweise Berechnung der halben, mittleren quadrierten Differenzen statt, die schließlich aufsummiert werden. Die Semivarianz der Wertepaare gleichen Abstandsvektors h wird dann nach der Formel

$$(1) \quad \gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{x_i, x_j, x_i - x_j = h} (Z(x_i) - Z(x_j))^2$$

mit $N(h)$: Anzahl der Wertepaare für jeden Abstandsvektor h

berechnet. Die Semivarianz wird graphisch als experimentelles Variogramm dargestellt.

An das experimentelle Variogramm wird dann eine mathematische Modellfunktion, bekannt als theoretisches Variogramm oder als Variogramm-Modell, angepaßt (Abb. 1). Zu den meist angewendeten Funktionen gehören die linearen, sphärischen, exponentiellen und Gauß'schen Modelle. Sie spiegeln die räumliche Struktur der Werte wieder und bilden somit die Basis für das anschließende Regionalisierungsverfahren.

Strukturelle Eigenschaften der Variogramme werden mit den Parametern Nugget-Effekt, Schwellenwert (sill) und Reichweite (range) beschrieben. Die Definition eines Variogramms als Varianz der Differenzen $[Z(x_i) - Z(x_j + h)]$ erfordert theoretisch, daß an der Stelle $h = 0$ auch $\gamma(0) = 0$ gilt. Trotzdem streben experimentelle Variogramme häufig gegen einen Wert größer als 0, wenn der Abstandsvektor h gegen 0 geht. Diese als Nugget-Effekt bezeichnete Diskrepanz beruht entweder auf Meßfehlern oder auf einer sehr kleinmaßstäbigen, von dem Abstandsvektor h nicht mehr erfaßten Variabilität der Werte. Die Semivarianz eines theoretischen Variogramms nimmt nur bis zu einem als Schwellenwert genannten Punkt zu, danach bleibt sie konstant. Dieser Punkt entspricht einem kritischen Meßstellen-Abstand

(Reichweite), ab dem die Werte nicht mehr miteinander korrelieren. Der Schwellenwert entspricht der statistischen Varianz der regionalisierten Variablen (AKIN und SIEMES 1988).

Bei der Regionalisierung geologischer Parameter wird oft eine Abhängigkeit der Variogrammstruktur nicht nur von dem Abstand zwischen den Meßpunkten, sondern auch von der räumlichen Orientierung der Abstände festgestellt. Dies trifft dann zu, wenn die untersuchte Variable anisotrop verteilt ist, wie z. B. die Korngrößenverteilung geschichteter Schmelzwassersande (z. B. KÖHNKE und PIOTROWSKI 1995). Es existieren dann in verschiedenen Richtungen unterschiedliche Variogramme, die zwar den gleichen Schwellenwert, aber unterschiedlich große Reichweiten und/oder unterschiedliche Schwellenwerte haben.

Kriging

Auf der Basis des ermittelten Variogramm-Modells und seiner Parameter kann die quantitative räumliche Verteilung der untersuchten Variablen durch ein geostatistisches Verfahren geschätzt werden. Kriging ist ein Interpolationsverfahren, in dem die Proben dergestalt gewichtet werden, daß die Schätzvarianz das Minimum erreicht. Aufgrund dieses Kriteriums ist Kriging theoretisch das genaueste aller Interpolationsverfahren (AKIN und SIEMES 1988). In seiner Grundform, dem normalen (ordinary) Kriging, handelt es sich um ein lineares Gleichungssystem, welches für jeden unbekannten Punkt x des Regionalisierungsrasters den Schätzwert mit der kleinstmöglichen Varianz liefert (JOURNAL 1986). Den Schätzwert $Z^*(x)$ für den unbekannten Punkt x erreicht man als gewichteten Mittelwert durch:

$$(2) \quad Z^*(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i)$$

mit λ_i : Wichtungsfaktoren

$Z(x_i)$: bekannte Meßwerte im betrachteten Bereich.

Der Kern des Kriging-Verfahrens liegt demnach in der Bestimmung der Wichtungsfaktoren, die der Berechnung der interpolierten Werte zugrunde liegen. Beim linearen Kriging setzt dies folgende, in der intrinsischen Hypothese (JOURNAL und HUIJBREGTS 1978) formulierte Bedingungen voraus:

- Der Erwartungswert E der Zufallsfunktion existiert und bleibt über den gesamten betrachteten Bereich konstant. Er entspricht dem Mittelwert m der Zufallsvariablen:

$$(3) \quad E[Z(x)] = m.$$

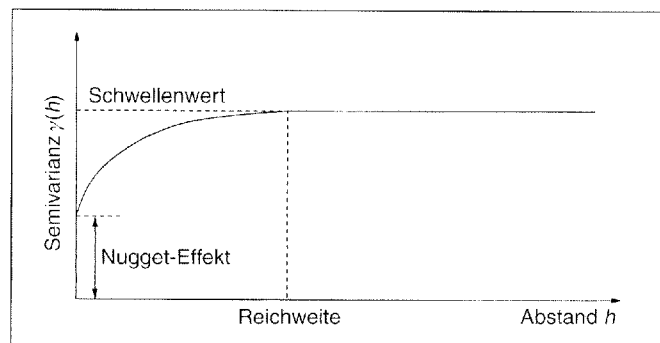


Abb. 1: Beispiel eines Variogramm-Modells.

- Die Varianz der Differenzen $Z(x)-Z(x+h)$ entspricht dem Erwartungswert der quadrierten Differenzen, ist endlich und hängt ausschließlich vom Abstandsvektor h ab:

$$(4) \quad \text{VAR}(Z(x)-Z(x+h)) = E((Z(x)-Z(x+h))^2) = 2\gamma(h).$$

Da in dieser Untersuchung keine richtungsabhängige Variogrammanalyse durchgeführt wird, kann die Vektor-Differenz $h = x_j - x_i$ durch den Abstand zwischen den Punkten ersetzt werden. Dann wird der Abstandsvektor h zum Abstandsskalar. Die Zielsetzung des Kriging kann mathematisch folgendermaßen ausgedrückt werden:

- Die Differenz zwischen dem Erwartungswert und dem tatsächlichen Wert ist 0:

$$(5) \quad E[Z(x)-Z'(x)] = 0.$$

Dies wird erreicht, in dem die Summe aller Wichtungsfaktoren $\lambda_i(x)$ auf 1 gesetzt wird:

$$(6) \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

- Die Kriging-Schätzvarianz wird minimiert:

$$(7) \quad \sigma^2 = E[(Z(x)-Z'(x))^2] = \min.$$

Die sich aus den Annahmen und Zielen von Kriging ergebende Kriging-Schätzvarianz wird ausgedrückt als

$$(8) \quad \sigma^2(x) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x-x_i) - \gamma(x-x) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i-x_j).$$

Minimierung von Gleichung (8) unter Berücksichtigung von Gleichung (6) führt zu einem linearen Gleichungssystem, dessen Lösung die gesuchten Wichtungsfaktoren λ_i liefert.

Fuzzy-Kriging

Dort, wo die Meßpunkte sehr unregelmäßig verteilt sind und wo der zu regionalisierende Parameter stark schwankt, bereitet die Anwendung von konventionellem Kriging Probleme. Oft läßt die Variogrammanalyse in solchen Fällen keine eindeutige räumliche Struktur der Parameter erkennen, was zu unsicheren Kriging-Ergebnissen führt. Die Zuverlässigkeit und die Aussagekraft der Regionalisierung kann dann durch den Einsatz der Fuzzy-Regionalisierung verbessert werden, in dem der Aus-

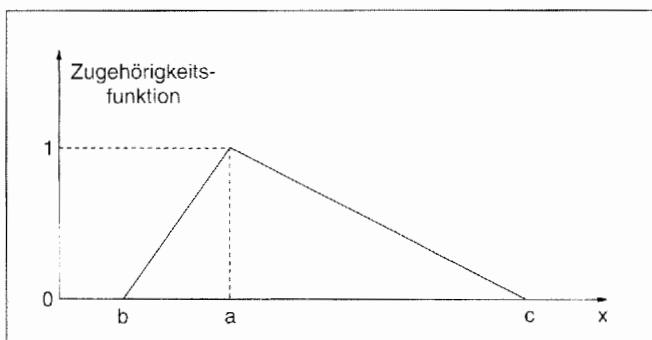


Abb. 2: Beispiel einer Zugehörigkeitsfunktion einer unscharfen (fuzzy) Zahl.

gangsdatensatz mit den von Experten geschätzten Werten an zusätzlichen Stellen ergänzt wird (BARDOSSY et al. 1989). Während die tatsächlichen Meßwerte als scharfe Zahlen behandelt werden, stellen die geschätzten Werte unscharfe, also nicht präzise definierbare (fuzzy) Zahlen dar.

Eine unscharfe Zahl ist nach ZADEH (1965) eine unscharfe Menge mit konvexer Zugehörigkeitsfunktion, die das Maximum von 1 für nur einen Parameter-Wert erreicht. Drei geschätzte Parameter-Werte definieren eine unscharfe Zahl:

- der am ehesten mögliche Wert des geschätzten Parameters (a in Abbildung 2),
- der höchste mögliche Wert des geschätzten Parameters (c in Abbildung 2) und
- der niedrigste mögliche Wert des geschätzten Parameters (b in Abbildung 2).

Alle drei Werte werden vom Experten auf Grund seiner subjektiven Kenntnis des zu regionalisierenden Parameters geschätzt. Je geringer der Abstand (support) zwischen b und c , also je kleiner das Intervall der möglichen Werte ist, umso genauer ist die Schätzung. Die Zugehörigkeitsfunktion ist asymmetrisch, wenn der am ehesten mögliche Wert a näher zur unteren oder zur oberen Intervall-Grenze tendiert. Jenseits vom Werte-Intervall hat die Zugehörigkeitsfunktion den Wert 0.

Abhängig von der Art des Datensatzes und vom Variogramm-Typ unterscheiden BARDOSSY et al. (1989) drei Arten von Fuzzy-Kriging:

- Fuzzy-Kriging Typ 1 mit scharfen und unscharfen Werten, und einem scharfen Variogramm,
- Fuzzy-Kriging Typ 2 mit scharfen Werten und unscharfem Variogramm und
- Fuzzy-Kriging Typ 3 mit scharfen und unscharfen Werten, und einem unscharfen Variogramm.

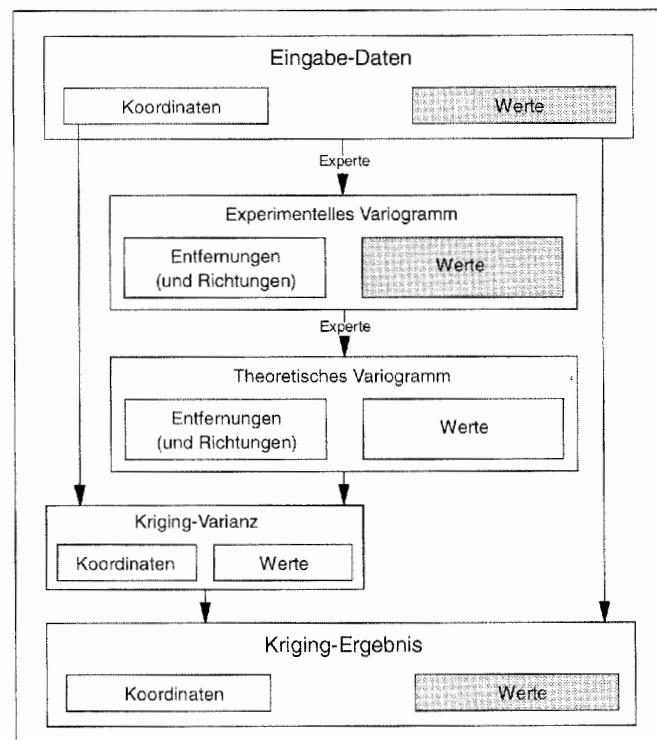


Abb. 3: Logische Struktur von Fuzzy-Kriging Typ 1. Die schraffierten Felder kennzeichnen unscharfe Daten.

In der vorliegenden Untersuchung wurde Fuzzy-Kriging Typ 1 gewählt, dessen logische Struktur in Abbildung 3 dargestellt ist. Berechnungsstufen, in denen unscharfe Zahlen vorkommen, wurden als schraffierte Felder gekennzeichnet. Zuerst werden die unscharfen Zahlen als Teil des Input-Datensatzes zusammen mit den scharfen Zahlen zur Erstellung des experimentellen (unscharfen) Variogramms eingesetzt. Bei der Anpassung des theoretischen Variogramms wird dann die Ungenauigkeit der Experten-Schätzung berücksichtigt. Die unscharfen Zahlen aus dem Eingabe-Datensatz werden im letzten Schritt des Krigings erneut benutzt, so daß der regionalisierte Parameter schließlich auch in Form von unscharfen Zahlen vorliegt. Dies ermöglicht eine objektive Quantifizierung der Unsicherheit des Ergebnisses, die sich aus der subjektiven Parameter-Schätzung durch den Experten ergibt.

Wenn in der Kriging-Gleichung (1) mindestens eine Zahl $Z(x_i)$ unscharf ist, wird auch $Z'(x)$ und somit der regionalisierte Raster unscharf. In solchem Fall wird $Z'(x)$ ebenso wie $\gamma'(h)$ in Gleichung (1) nach dem Erweiterungsprinzip der Fuzzy-Set-Theorie (ZADEH 1965, BARDOSSY et al. 1989) berechnet. Zur Erleichterung der Berechnung werden dabei die s. g. α -Schnitte eingesetzt. Nach PIOTROWSKI et al. (1996) werden hier die α -Schnitte A_α für $\alpha \in [0,1]$ und für eine unscharfe Zahl A mit ihrer Zugehörigkeitsfunktion $m_A: R \rightarrow [0,1]$ wie folgt definiert:

$$(9) A_\alpha := \{x \in R; m_A(x) = \alpha\} \text{ für } \alpha = 1$$

$$(10) A_\alpha := \{x \in R; m_A(x) > \alpha\} \text{ für } \alpha \in [0,1)$$

Demnach können die α -Schnitte als der am ehesten mögliche Wert a (Intervall $[a,a]$ für den Zugehörigkeitswert 1), als der niedrigste mögliche Wert b und als der höchste mögliche Wert c , beide im Intervall $[b,c]$ für den Zugehörigkeitswert 0, angesehen werden.

Mit Hilfe von α -Schnitten wird nach BANDEMER und GOTTWALD (1993) das Erweiterungsprinzip für unabhängige Argumente A_1, \dots, A_n wie folgt formuliert:

$$(11) B_\alpha = g((A_1)_\alpha, \dots, (A_n)_\alpha) \text{ für beliebige } \alpha \in [0,1] \text{ mit}$$

$$(12) g((A_1)_\alpha, \dots, (A_n)_\alpha) := \{g(x_1, \dots, x_n); x_1 \in (A_1)_\alpha, \dots, x_n \in (A_n)_\alpha\}.$$

Dann kann die Kriging-Gleichung ausgedrückt werden als

$$(13) Z'(x)_\alpha = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z(x_i)_\alpha$$

Wenn alle $Z(x_i)_\alpha$ abgeschlossene Intervalle von reellen Zahlen $[b_{i,\alpha}, c_{i,\alpha}]$ sind, wird der interpolierte Wert $Z'(x)_\alpha$ ausgedrückt als $[b_\alpha(x), c_\alpha(x)]$, mit

$$(14) b_\alpha(x) = \sum_{i=1}^n \min(\lambda_i \cdot b_{i,\alpha}, \lambda_i \cdot c_{i,\alpha})$$

und

$$(15) c_\alpha(x) = \sum_{i=1}^n \max(\lambda_i \cdot b_{i,\alpha}, \lambda_i \cdot c_{i,\alpha}).$$

Dieser Ausdruck ist so günstig berechenbar, weil (unter Annahme der Unabhängigkeit der $Z(x_i)$ für verschiedene i) die Summanden von Gleichung 2 (bezüglich Möglichkeitsverteilungen) unabhängig voneinander sind und die Verknüpfungen (Multiplikation mit Skalar und Summierung) monoton und stetig sind.

Es sollte betont werden, daß die Ergebnisse des Fuzzy-Kriging sich wesentlich von den Ergebnissen des konventionellen Kriging unterscheiden, die getrennt für die niedrigsten und für die höchsten möglichen Werte berechnet werden. Die Ergebnisse weichen voneinander ab, auch wenn Fuzzy-Kriging nur für die Zugehörigkeitswerte 0 und 1 durchgeführt wird. Der Grund dafür ist, daß bei der Fuzzy-Berechnung $b_\alpha(x)$ nicht nur die Funktion der $b_{i,\alpha}$, sondern auch der $c_{i,\alpha}$ ist. Die Unterschiede sind besonders groß bei stark asymmetrischen Zugehörigkeitsfunktionen. Die Ergebnisse des konventionellen Kriging für die niedrigsten und die höchsten möglichen Werte sind nur einzelne Werte im Intervall, das mit Fuzzy-Kriging berechnet wird.

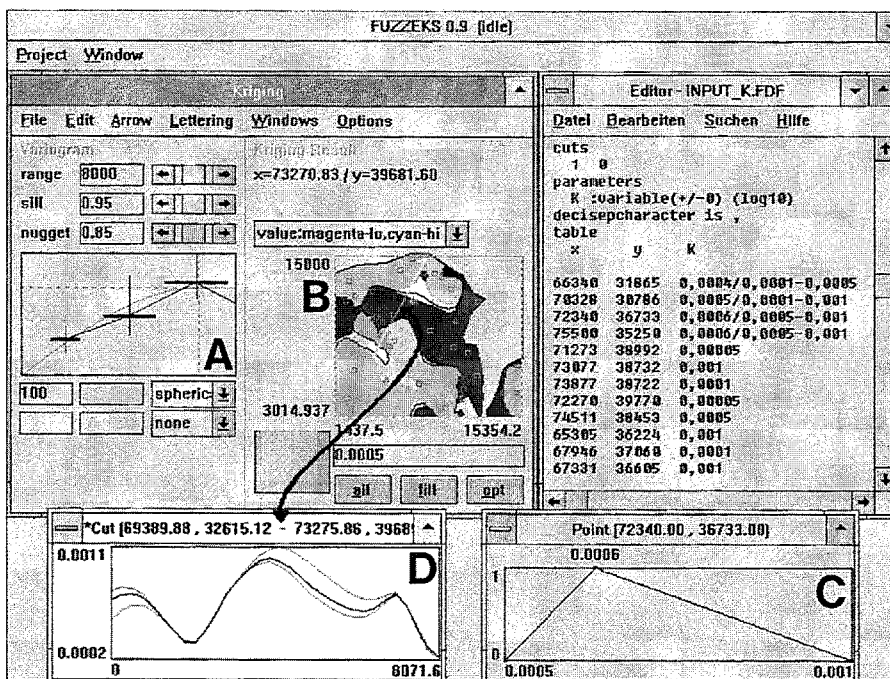


Abb.4: Oberfläche von FUZZEKS;
A - Variogramm-Anpassung;
B - Regionalisierter Parameter;
C - Parameterwert an einem Punkt des Betrachtungsraumes;
D - Parameterverteilung entlang eines Schnittes durch den Betrachtungsraum.

Fuzzy Evaluation and Kriging System (FUZZEKS)

Zur Parameter-Regionalisierung mit Fuzzy-Kriging wurde das neu entwickelte Programm FUZZEKS (BARTELS 1997) eingesetzt. FUZZEKS beruht auf Fuzzy Kriging Typ 1, wurde in C++ geschrieben und läuft unter der Benutzeroberfläche Windows 3.1 (Abb. 4). Auf der Basis eines speziellen ASCII-Daten-Formats, das sowohl scharfe Meßwerte als auch die geschätzten unscharfen Werte in einer einheitlichen Form behandelt, erlaubt FUZZEKS dem Anwender die interaktive Erstellung des theoretischen Variogramms (A in Abb. 4), das der Kriging-Berechnung zugrunde liegt. Der Eingabe-Datensatz kann (z. B. logarithmisch) transformiert werden, was dann sowohl vor der Berechnung des experimentellen Variogramms als auch vor dem Kriging durchgeführt und nach dem Kriging, vor der Anzeige der Ergebnisse mit Hilfe der Umkehrfunktion des Logarithmus wieder rückgängig gemacht wird. Die Kriging-Schätzvarianz wird nicht rücktransformiert.

Die Kriging-Ergebnisse werden als unscharfe Werte dargestellt, die in einem regelmäßigen, zweidimensionalen Raster verteilt sind. Zur Ergebnis-Ausgabe bietet FUZZEKS folgende Möglichkeiten:

- Isolinien der interpolierten Werte,
- Isolinien der Kriging-Varianz,
- Karten mit Grauschattierungen der Kriging-Varianz über die Isolinien der interpolierten Werte,
- Karten mit dem Grad der Werte-Unschärfe, projiziert auf die Isolinien der interpolierten Werte,
- Karten mit Grauschattierungen der interpolierten Werte,
- Karten mit Bereichen, in denen Werte eindeutig höher oder niedriger als ein beliebig definierter Grenzwert sind, und mit Bereichen, in denen keine eindeutige Einstufung der Werte in eine dieser Gruppen möglich ist (B in Abb. 4).

Darüber hinaus können die Ergebnisse als einzelne unscharfe Zahlen an beliebigen Stellen des Betrachtungsraumes (C in

Abb. 4) oder auch als Schnitte durch den Betrachtungsraum mit dem Verlauf der Zugehörigkeitsfunktion entlang der Schnittlinie (D in Abb. 4) dargestellt werden. Die Ergebnisse können als Raster im ASCII-Format zur weiteren Analyse oder Bearbeitung gespeichert oder direkt als Eingabesatz in Finite-Differenzen-Grundwassermodelle übernommen werden.

Regionalisierung der Durchlässigkeitsbeiwerte

Auf dem ca. 1700 km² großen Untersuchungsgebiet in Zentral-Schleswig-Holstein (Abb. 5) standen unregelmäßig verteilt 557 auswertbare Bohrungen zur Verfügung. Für jede Bohrung wurde anhand der Korngrößenverteilung oder der Ergebnisse von hydrogeologischen Spezialuntersuchungen für den oberen gespannten Grundwasserleiter (pleistozäne Schmelzwassersande) ein über die Mächtigkeit gewichteter Durchlässigkeitsbeiwert (k_f) annähernd bestimmt.

Diese k_f -Werte wurden dann logarithmisch transformiert und mit dem Kriging-Verfahren auf ein Raster aus $64 \times 54 = 3456$ Knoten, aus dem sich für das Untersuchungsgebiet ein Netz mit 1000×1000 m großen Zellen ergibt, interpoliert. Die k_f -Isolinien sind in Abbildung 6 dargestellt. Die Kriging-Varianz (Abb. 7) der regionalisierten k_f -Werte liegt zwischen 0,03 und 0,09 und ist damit relativ hoch, besonders in Regionen mit wenigen Bohrpunkten. Im nächsten Schritt wurden an Stellen mit höchster Kriging-Varianz zusätzliche 30 Datenpunkte mit den in Form von Fuzzy-Zahlen geschätzten k_f -Werten angebracht. Für jeden dieser Punkte wurde der am ehesten mögliche, der höchst- und der niedrigstmögliche k_f -Wert angegeben, wobei die Schätzung dieser drei Werte auf der Kenntnis der regionalen Lageverhältnisse, der Hydrogeologie und der glazifluvialen Ablagerungsprozesse basierte. Das für den so erweiterten Datensatz berechnete Variogramm zeigt nur unwesentliche Unterschiede zu dem ursprünglichen Variogramm an, was auf die relativ geringe Anzahl der Fuzzy-Punkte zurückzuführen ist.

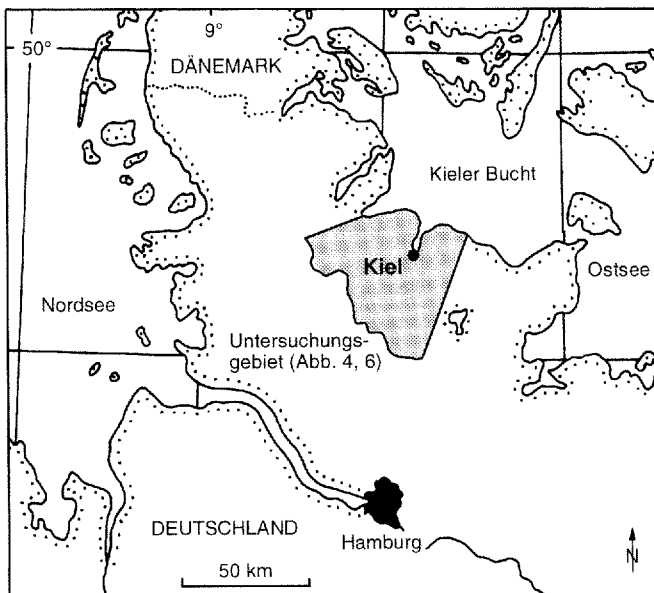


Abb. 5: Lage des Untersuchungsgebietes.

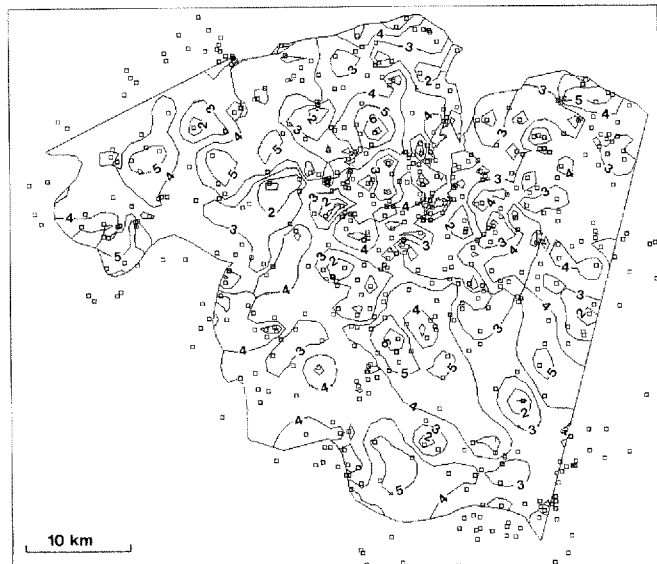


Abb. 6: Isolinien der logarithmisch transformierten, regionalisierten k_f -Werte und Lage der Bohrungen (nur scharfe Punkte); Isolinien: 1 - $k_f = 4,0E-3$ m/s, 2 - $k_f = 1,6E-3$ m/s, 3 - $k_f = 6,3E-4$ m/s, 4 - $k_f = 2,5E-4$ m/s, 5 - $k_f = 1,0E-4$ m/s, 6 - $k_f = 4,0E-5$ m/s.



Abb. 7: Isolinen der Kriging-Varianz der k_f -Werte (nur scharfe Punkte); Varianz zwischen 0,03 und 0,09; Isolinenintervall 0,03.

Die Isolinen der mit dem erweiterten Datensatz regionalisierten k_f -Werte (Abb. 8) verlaufen örtlich anders als die des unveränderten Datensatzes, was in der Nähe der neuen Datenpunkte besonders deutlich sichtbar ist. Durch den Einsatz der Fuzzy-Punkte wurde die Kriging-Varianz stark reduziert und beträgt in dieser Berechnung maximal ca. 0,06 (Abb. 9).

Um die mögliche Spannweite der k_f -Werte zu veranschaulichen, wurden in Abbildungen 10 und 11 die geschätzten Niedrigst- und Höchstwerte dargestellt, die bei umweltrelevanten Fragen eine wichtige Grundlage zur Berechnung von verschiedenen Szenarien der Grundwasserfließdynamik und des Stofftransportes im Grundwasser bilden. An den Stellen, wo die beiden Isolinen weit voneinander abweichen, ist die Aussagekraft des regionalisierten Datensatzes geringer als dort, wo keine oder

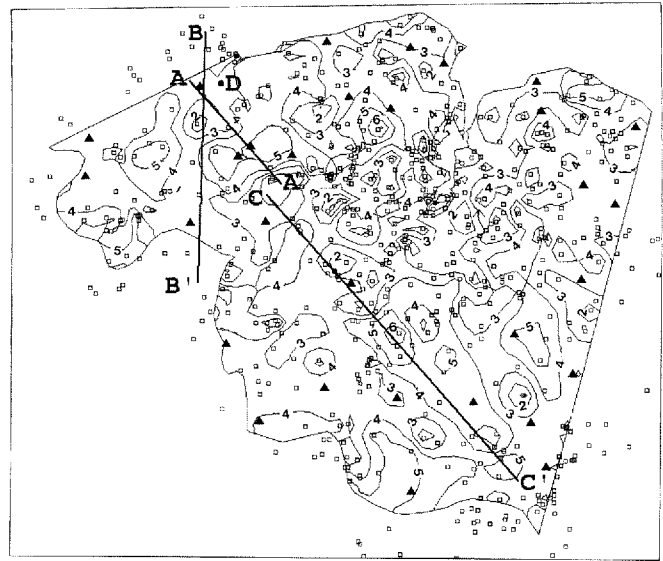


Abb. 8: Isolinen der logarithmisch transformierten, regionalisierten k_f -Werte (scharfe und unscharfe Punkte). Isolinen wie in Abbildung 6, Dreiecke sind zusätzliche, abgeschätzte Punkte mit unscharfen Daten. A-A' bis C-C' und D: Lage der Schnitte und des Datenpunkts aus Abbildung 12.

nur geringe Abweichungen vorkommen. Ähnliche Betrachtungen können auch entlang beliebig gewählter Schnitte durch das Untersuchungsgebiet angestellt werden. Abbildung 12 zeigt drei solche im Süden und Westen verlaufende Schnitte. In jedem Schnitt kennzeichnet die zentrale feste Linie den am ehesten möglichen k_f -Wert, die obere gestrichelte Linie den höchstmöglichen und die untere gestrichelte Linie den niedrigstmöglichen k_f -Wert. Der A-Schnitt verläuft durch zahlreiche Fuzzy-Punkte, was sich durch einen großen Abstand zwischen der oberen und der unteren Linie bemerkbar macht (große Unschärfe), während der C-Schnitt überwiegend durch die Meßpunkte (kleine

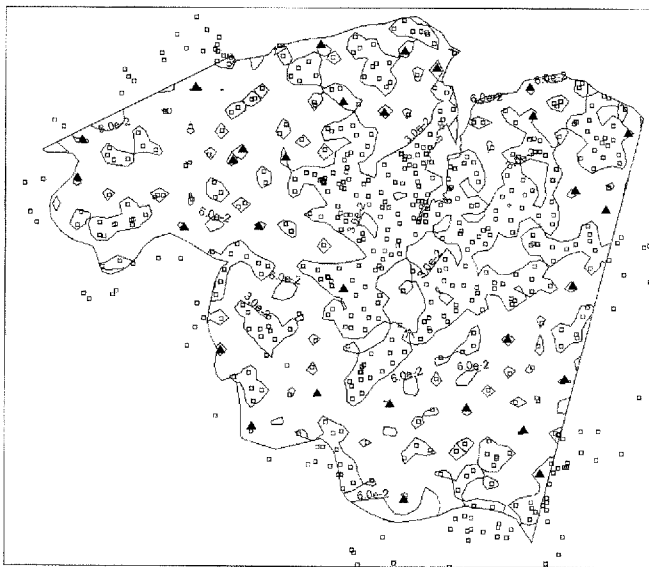


Abb. 9: Isolinen der Kriging-Varianz der k_f -Werte (scharfe und unscharfe Punkte). Varianz zwischen 0,03 und 0,06; Isolinenintervall 0,03.



Abb. 10: Isolinen der logarithmisch transformierten, niedrigstmöglichen k_f -Werte (scharfe und unscharfe Punkte). Isolinen wie in Abbildung 6.



Abb. 11: Isolinien der logarithmisch transformierten, höchstmöglichen k_f -Werte (scharfe und unscharfe Punkte). Isolinien wie in Abbildung 6.

Unschärfe) verläuft. Auf diese Weise können die Unsicherheit der Fuzzy-Regionalisierung quantifiziert, und die Bereiche hervorgehoben werden, in denen die räumliche Verteilung des interpolierten Parameters unsicher ist. Schließlich kann eine ähnliche Analyse auch für einzelne Punkte des Untersuchungsgebietes gemacht werden. Abbildung 12 D zeigt exemplarisch einen Punkt in der Nähe der NW-Grenze des Gebietes, wo der Grundwasserleiter den am ehesten möglichen k_f -Wert=0,0005 m/s, den niedrigstmöglichen k_f -Wert=0,0002 m/s und den höchstmöglichen k_f -Wert=0,0017 m/s hat. Diese Werte entsprechen der Bezeichnung a, b und c in Abbildung 2.

Die Darstellung der räumlichen Verteilung der k_f -Werte kann auch in Bezug auf jeden beliebigen Grenzwert, unter Berücksichtigung der Ungenauigkeit der Wertschätzung erfolgen. Abbildung 13 zeigt Bereiche, in denen die k_f -Werte über (hellgrau) bzw. unter (dunkelgrau) dem Grenzwert von $5E-4$ m/s liegen. Die beiden Bereiche sind durch die Isolinie $k_f = 5E-4$ m/s getrennt, die dem Wert 1 der Zugehörigkeitsfunktion entspricht. Dort, wo die Regionalisierung durch unscharfe Zahlen beeinflusst wurde, ist die Isolinie von einem unschraffierten Streifen umgeben. Dieser Streifen kennzeichnet also Areale, in denen keine eindeutige Einstufung des k_f -Wertes in einen der o. g. Bereiche möglich war.

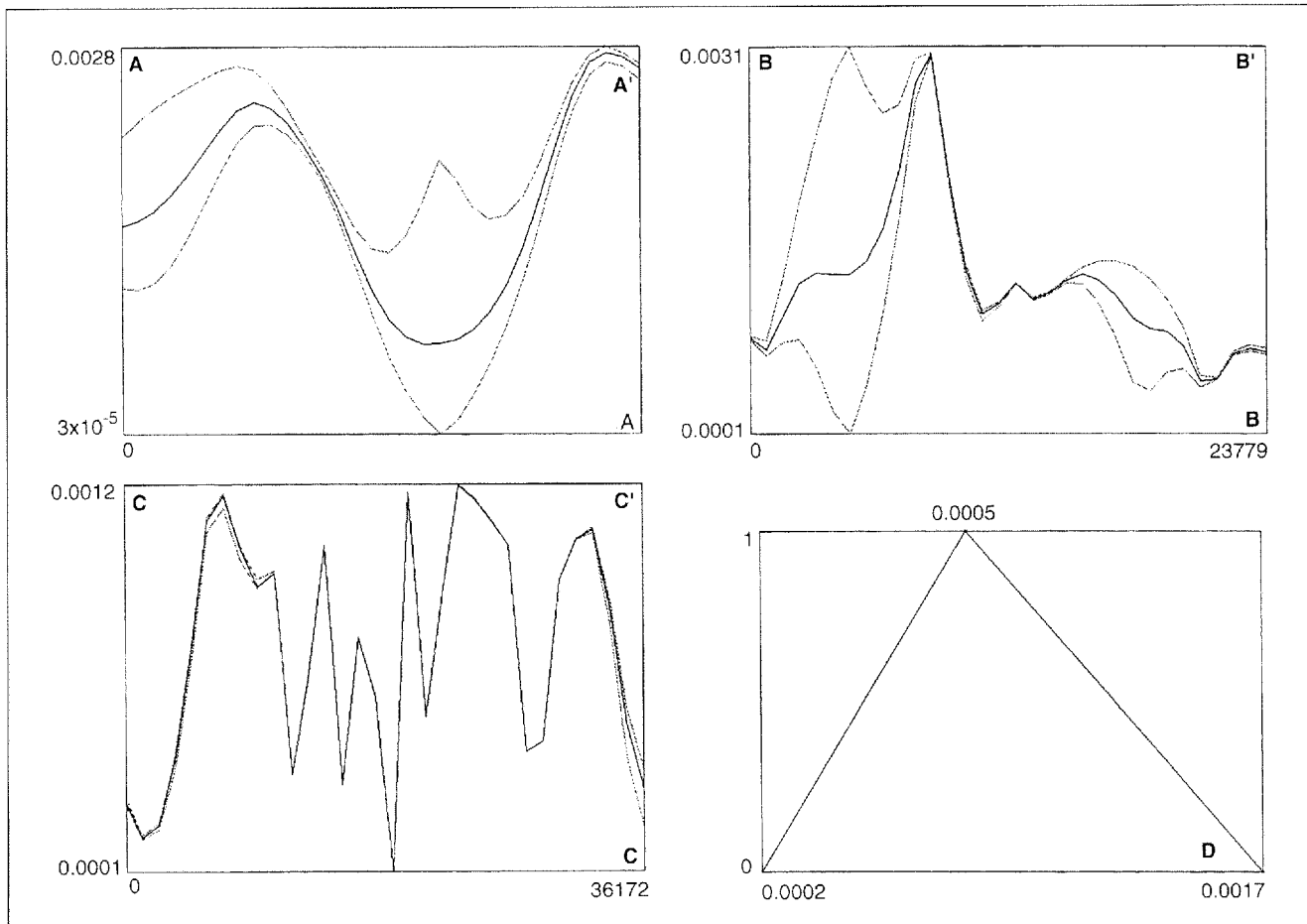


Abb. 12: A-C: Schnitte durch die Isofläche der k_f -Werte aus Abbildung 8. Dicke Linie: Am ehesten mögliche k_f -Werte; untere dünne Linie: Niedrigstmögliche k_f -Werte; obere dünne Linie: Höchstmögliche k_f -Werte; X-Achse: Entfernung [m]; Y-Achse: k_f -Wert [m/s]. Die größte Unschärfe ist entlang des A-A'-Schnittes (Linien liegen weit auseinander) und die geringste entlang des Schnittes C-C' zu sehen. D: Zugehörigkeitsfunktion an einem einzelnen Punkt D aus Abbildung 8. Der am ehesten mögliche k_f -Wert ist am Punkt D 0,0005 m/s, der höchstmögliche k_f -Wert ist 0,0017 m/s und der niedrigstmögliche k_f -Wert ist 0,0002 m/s.

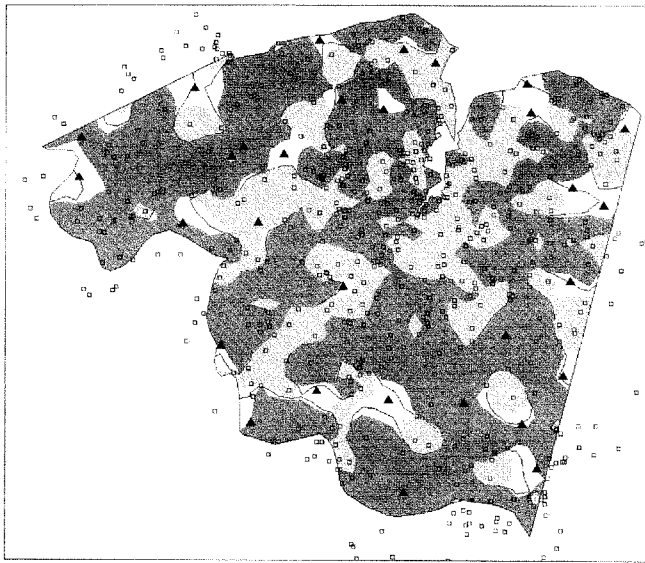


Abb. 13: Bereiche mit k_f -Werten $> 5E-4$ m/s (hellgrau) und $< 5E-4$ m/s (dunkelgrau). Diese beiden Bereiche sind von der Isolinie $k_f = 5E-4$ m/s und örtlich von einem unschraffierten Streifen getrennt. Dieser Streifen kennzeichnet Regionen mit unscharfen regionalisierten k_f -Werten, für die keine eindeutige Einstufung in einen der o. g. Bereiche möglich ist.

Die räumliche Verteilung der Regionalisierungsunschärfe zeigt Abbildung 14. Diese Darstellung ermöglicht eine kritische Betrachtung der Aussagekraft der Ergebnisse und zeigt diese Bereiche an, für die die auf diesem Datensatz ggf. basierende hydrogeologische Modellierung mit einer relativ großen Unsicherheit behaftet ist.

Schlußfolgerungen

Im vorgeführten Beispiel wurde der Einsatz der Fuzzy-Geostatistik bei der Regionalisierung hydrogeologischer Parameter dargestellt. Durch die Erweiterung des ursprünglichen Datensatzes um unscharfe, anhand subjektiver Kenntnisse des regionalen geologischen und hydrogeologischen Aufbaus von Experten geschätzte Datenpunkte wurde eine Verbesserung der Aussagekraft der Regionalisierung erreicht. Diese Methode erlaubt den Experten die Verwendung von unpräzisen, manchmal nur intuitiven und auf keinen direkten Messungen basierenden Informationen, die aufgrund langjähriger Berufspraxis verfügbar sind. Fuzzy Kriging ist allerdings nur dann vorteilhaft, wenn die Expertenschätzung zuverlässig und verhältnismäßig genau ist. Der Grad der Schätzungsgenauigkeit ist aber quantifizierbar, was die Ergebnisse im Hinblick auf die Zuverlässigkeit auch für andere Fachleute nachprüfbar macht. Fuzzy Kriging ermöglicht durch die Unschärfe der Interpolationsergebnisse der Unschärfe der Natur Rechnung zu tragen, was in konventioneller Geostatistik nicht möglich ist. Dies wurde bereits von BURROUGH (1989) wie folgt treffend formuliert: „The strength of the fuzzy set approach is that it starts from the premise that nature may be inherently vague or imprecise, and does not pretend that the real world, which has been modelled by data entities created by human or machine observation, is more exact, or more perfect than it really is“. Es wäre wünschenswert, wenn die Regionalisierung der mit Hilfe von un-

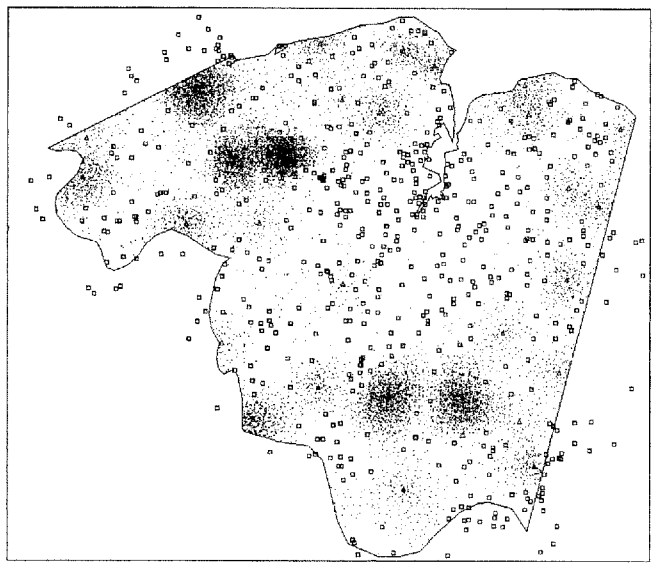


Abb. 14: Unschärfe der Regionalisierung der k_f -Werte. Dunkle Bereiche bedeuten große Unschärfe und kennzeichnen somit Bereiche mit relativ großer Unsicherheit der Regionalisierung.

scharfen Zahlen definierten hydrogeologischen Parameter einen angemessenen Platz in der angewandten Geologie einnehmen würde.

Literatur

- AKIN, H. & SIEMES, H.(1988): Praktische Geostatistik - Eine Einführung für den Bergbau und die Geowissenschaften.- 304 S.; Berlin.
- BANDEMER, H. & GOTTWALD, F.(1993): Einführung in Fuzzy-Methoden.- 264 S.
- BARDOSY, A., BOGARDI, I. & KELLY, W.E. (1989): Geostatistics utilizing imprecise (fuzzy) information.- *Fuzzy Sets and Systems* 31: 311-327.
- BARTELS, F.(1997): Ein Fuzzy-Auswertungs- und Krigingsystem für raumbezogene Daten.- Diplomarbeit, Institut für Informatik, Universität Kiel.
- BURROUGH, P.A.(1989): Fuzzy mathematical methods for soil survey and land evaluation.- *Journal of Soil Science* 40: 477-492.
- DAVIS, J.(1986): Statistics and Data Analysis in Geology: 646 S.; N.Y.
- JOURNEL, A.G.(1986): Geostatistics: Models and tools for the earth science.- *Mathematical Geology* 18: 119-140.
- JOURNEL, A.G. & HUIJBREGTS, C.J.(1978): Mining Geostatistics.- 600 S.; London, New York, San Francisco.
- KÖHNE, M. & PIOTROWSKI, J.A.(1995): Geostatistische Regionalisierung von Durchlässigkeitsbeiwerten (k_f) im Testfeld Belau, Schleswig-Holstein: 2D-, 3D- und Indikator-Kriging.- *Z. Dt. Geol. Ges.* 146: 399-414.
- KRIGE, D.G.(1951): A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand.- *J. Chem. Metall. Min. Soc. S. Africa* 52(6): 119-139.
- MATHERON, G.(1963): Principles of geostatistics.- *Economic Geology* 58: 1246-1266.
- PIOTROWSKI, J.A., BARTELS, F., SALSKE, A. & SCHMIDT, G.(1996): Geostatistical regionalization of glacial aquitard thickness in northwestern Germany, based on fuzzy kriging.- *Mathematical Geology* 28(4): 437-452.
- ZADEH, L.A.(1965): Fuzzy sets.- *Information and Control* 8: 338-353.

